

제46회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제
(2023년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 확률변수 X 의 확률밀도함수가 다음과 같을 때,

$$f(x) = (1 + 2x^2)e^{-2x}, \quad x \geq 0$$

위험률 함수(hazard rate function) $h(x)$ 의 값 $h(1)$ 을 구하시오. (10점)

2. 평균이 θ 인 지수분포를 따르는 모집단으로부터 크기가 3인 표본을 추출하여 모평균(θ)을 추정하려고 한다. 모평균의 추정량으로 표본 중앙값(sample median)을 사용할 경우 편의(bias)를 구하시오. (10점)

3. 확률변수 X_1, X_2, \dots, X_n 은 다음 분포로부터 얻은 표본이다.

x	0	1
$\Pr(X=x)$	$1-p$	p

이때 $\frac{1}{2} \leq p < 1$ 이다. 모수 p 의 최대가능도추정량을 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

4. 확률변수 X 의 적률생성함수 $M_X(t)$ 가 다음과 같다.

$$M_X(t) = 0.1 + 0.2e^t + 0.3e^{2t} + 0.2e^{3t} + 0.2e^{4t}$$

- (1) $\Pr(X \leq 2)$ 값을 구하시오. (5점)
- (2) X 의 분산을 구하시오. (5점)

5. 다음과 같은 다중회귀모형이 주어졌다.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n$$

크기가 50인 표본으로부터 얻은 정보는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{i) } X &= \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{150} & x_{250} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{50} \end{pmatrix} \\ \text{ii) } (X^T X)^{-1} &= \begin{pmatrix} 0.0250 & -0.0125 & 0 \\ -0.0125 & 0.3480 & -0.0143 \\ 0 & -0.0143 & 0.0511 \end{pmatrix} \\ \text{iii) } X^T Y &= \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix} \\ \text{iv) } \text{평균제곱오차}(MSE) &= 72 \end{aligned}$$

- (1) 회귀계수 β_2 의 추정값을 구하시오. (5점)
- (2) 추정된 회귀계수 $\hat{\beta}_2$ 의 분산추정값을 구하시오. (5점)

(뒷면 계속)

6. 한국보험회사는 다음과 같은 보험계약 A와 보험계약 B를 보유하고 있다. 다음의 정보를 이용하여, 총손해액 S 가 2가 될 확률을 구하시오.

(단, $e = 2.7183, e^{-1} = 0.3679$) (10점)

- i) S_A 는 보험계약 A의 총손해액, S_B 는 보험계약 B의 총손해액이다.
 ii) $S = S_A + S_B$
 iii) 보험계약 A와 보험계약 B의 사고건수는 각각 평균이 1인 포아송 분포를 따른다.
 iv) 사고건수는 개별 손해액과 서로 독립이다.
 v) 보험계약 A 개별 손해액과 보험계약 B 개별 손해액은 서로 독립이다.
 vi) 보험계약 A와 보험계약 B의 개별 손해액 분포는 다음과 같다.

1) 보험계약 A

x	1	2
$\Pr(X_A = x)$	0.4	0.6

2) 보험계약 B

x	1	2
$\Pr(X_B = x)$	0.8	0.2

7. 피보험자의 연간 청구건수 확률변수 N 의 분포가 다음과 같은 영수정분포 (zero-modified distribution)일 때 p_0 값을 구하시오. (10점)

- i) $p_n = \Pr(N = n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$
 ii) $p_s = 3^{t-s} p_t, \quad s \geq 1, t \geq 1$
 iii) $E(N) = \frac{3}{10}$

(뒷면 계속)

8. 한국보험회사는 사이버보험의 위험도를 두 개의 요인으로 구분한 후 아래의 방법으로 보험요율을 구한다.

i) 보험요율 = 기본요율 \times 요인1상대도 \times 요인2상대도

ii) 현재 기본요율 $r_0 = 1.0$

iii) 요인1의 현재 상대도

등급	랜섬웨어	개인정보유출
상대도	1.0	0.8

iv) 요인2의 현재 상대도

등급	제조업	유통업	금융업
상대도	1.0	1.2	1.5

익스포저가중평균상대도를 이용한 조정순보험료법(adjusted pure premium method)으로 아래의 정보를 이용하여 지시 기본요율(indicated base rate) r_i 값을 구하시오. (10점)

i) 요인1의 기본등급은 ‘랜섬웨어’이며, 요율조정 전후 모두 ‘랜섬웨어’의 등급상대도는 1.0이다.

ii) 경과익스포저

요인2 \ 요인1	랜섬웨어	개인정보유출
제조업	25	55
유통업	40	40
금융업	10	30

iii) 보고손해액

요인2 \ 요인1	랜섬웨어	개인정보유출
제조업	400	1200
유통업	500	800
금융업	200	590

iv) 지시 총요율조정률(indicated overall rate change)은 0%이다.

(뒷면 계속)

9. 한국보험회사의 2022년 12월 31일 현재 정보를 이용하여 지시 요율조정률 (indicated rate change)을 구하시오. (10점)

- 모든 보험계약의 보험기간은 1년이다.
- 보험계약은 각 연도 내에서 균일하게 체결된다.
- 2022년 7월 1일에 요율을 10% 인상하였다.
- 2022년 7월 1일 이전 마지막 요율조정일은 2019년 7월 1일이었다.
- 다음 요율조정일은 2023년 7월 1일이며, 신요율은 1년 간 유효하다.
- 보험료의 추세는 연간 5%이다.
- 손해액의 추세는 연간 4%이다.
- 간접손해사정비(ULAE)는 보고손해액과 직접손해사정비(ALAE) 합계의 8%이다.
- 고정사업비율은 7%이다.
- 변동사업비율은 9%이다.
- 목표이익률은 6%이다.
- 보유계약의 규모가 작아 2021년과 2022년 각 연도별 손해율의 평균을 이용하여 요율을 조정한다.
- 경과보험료

달력연도	경과보험료
2021	100
2022	120

- 보고손해액과 직접손해사정비

사고연도	보고손해액과 직접손해사정비
2021	50
2022	70

- 보고손해액과 직접손해사정비의 진전기간별 진전계수

진전기간(개월)	12-24	24-36	36-48	48-종결
진전계수	1.50	1.24	1.08	1.02

(뒷면 계속)

10. 한국보험회사의 2022년 12월 31일 기준 정보를 이용하여 버퀴스트-셔먼 (Berquist-Sherman) 개별추산액 조정기법으로 사고연도 2022년의 최종손해액을 구하시오. (10점)

- i) 모든 보험계약의 보험기간은 1년이다.
 ii) 심도의 연간 추세는 10%이다.
 iii) 진전계수는 해당 사고연도 진전계수들의 산술평균으로 계산한다.
 iv) 48개월 이후 손해액 진전은 없다.
 v) 누적 지급보험금

사고연도	진전기간(개월)			
	12	24	36	48
2019	10500	27600	142800	267560
2020	22250	36600	135840	
2021	11920	18920		
2022	6251			

- vi) 지급종결되지 않은 청구건수

사고연도	진전기간(개월)			
	12	24	36	48
2019	330	420	240	70
2020	350	450	280	
2021	320	400		
2022	360			

- vii) 개별추산액

사고연도	진전기간(개월)			
	12	24	36	48
2019	46200	54600	36000	7000
2020	45500	63000	36960	
2021	64000	58080		
2022	71874			